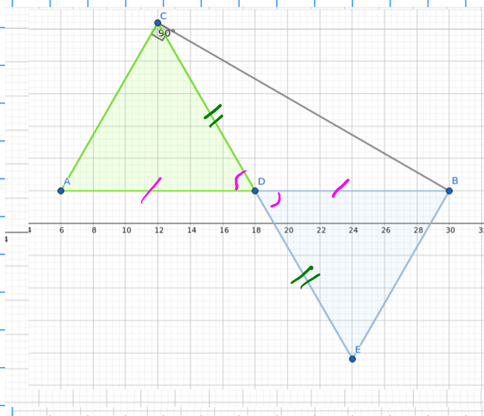
Dimostrazione:
In un triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa è congruente alla metà dell'ipotenusa

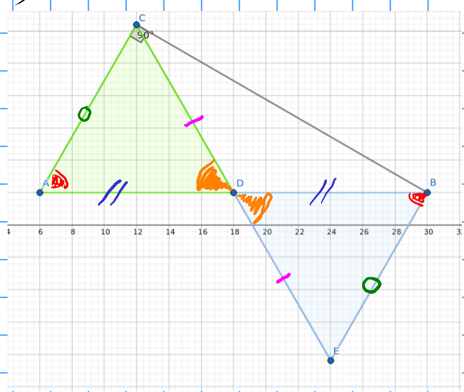
Ipotesi: $A\hat{C}B$ retto
$\overline{AD} \cong \overline{DB}$



TESI
$\overline{AD} \cong \overline{CD}$

Prolunghiamo il segmento $\overline{CD}$ dalla parte di D fino ad ottenere un segmento $\overline{DE} \cong \overline{CD}$
e tracciamo il segmento $\overline{EB}$

Osserviamo ora i triangoli $\overset{\triangle}{ACD}$ e $\overset{\triangle}{DBE}$;
Essi hanno:



$A\hat{D}C \cong E\hat{D}B$ (opposti al vertice)

$\overline{CD} \cong \overline{DE}$ per costruzione

$\overline{AD} \cong \overline{DB}$ per ipotesi

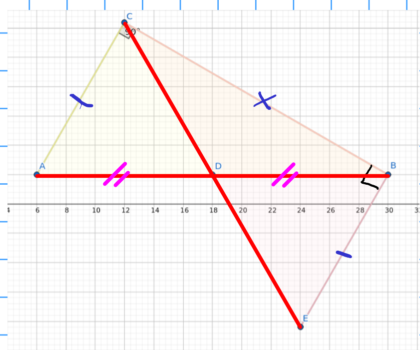
Perciò essi sono congruenti per il 1° criterio
Conseguenze:
$\overline{AC} \cong \overline{BE}$
$C\hat{A}D \cong D\hat{B}E$

Condizione sufficiente per affermare che $\overline{AC} \parallel \overline{BE}$

(Se due rette tagliate da una trasversale formano angoli alterni interni uguali, allora le due rette sono parallele)

e quindi poiché $\overline{AC} \perp \overline{BC}$ allora anche $\overline{BE} \perp \overline{BC}$

Consideriamo ora i triangoli $\overset{\triangle}{ACB}$ e $\overset{\triangle}{EBC}$



Essi hanno $\overline{AC} \cong \overline{BE}$ (dim. prec.)
$\overline{BC}$ in comune
$\hat{C} \cong \hat{B}$ (entrambi retti)

perciò i due triangoli sono congruenti
e quindi $\overline{AB} \cong \overline{CE}$

Possiamo concludere che

$\overline{CD} \cong \frac{1}{2}\overline{CE} \cong \frac{1}{2}\overline{AB} \cong \overline{AD}$

costruzione

ipotesi

quindi $\overline{CD} \cong \overline{AD}$ c.v.d.