Premessa

solo!

Una proposizione logica può assumere due valori 0 (Falso) oppure 1 (Vero)

Cosa succede se le proposizioni logiche fossero due? Quanti sarebbero i casi possibili?

Avremmo i seguenti casi possibili (4 possibilità):

b	a
0	0
0	1
1	0
1	1

ambedue false
la prima falsa e la seconda vera
la prima vera e la seconda falsa
ambedue vere

E se le proposizioni logiche fossero tre?

In questo caso il precedente gruppo di 4 casi si dovrebbe combinare sia con lo 0 sia con l'1 della terza proposizione c e pertanto in totale si avrebbero 8 casi possibili

c	b	a
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

In generale possiamo affermare che ogni nuova proposizione fa raddoppiare i casi possibili

Regola:
Se N indica il numero delle proposizioni in gioco, i casi possibili sono 2^N

Calcolo proposizionale

Esempio 1

Calcolare i valori di verità della seguente proposizione logica: $a(bc+\bar{a}\bar{d})$ (1)

Le proposizioni semplici in gioco sono 4 quindi in totale ci sono 16 possibilità, dal momento che ogni proposizione può assumere valore Vero (1) o Falso (0)

a	b	c	d	$\bar{a}$	$\bar{d}$	bc	$\bar{a}\bar{d}$	$bc+\bar{a}\bar{d}$	$a(bc+\bar{a}\bar{d})$ (1)
0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	0	0	1	0	1	1

La proposizione assegnata risulta vera se:

$abc\bar{d} + abcd$ (2)

Le espressioni contrassegnate con (1) e (2) sono equivalenti

Attenzione!

La (1) e la (2) risultano a loro volta essere equivalenti a:

abc (3)

che risulta essere la più compatta.

...

considieriamo l'espressione (1)

$a(bc + \bar{a}\bar{d})$ applicando la proprietà (3C)

diventa $abc + a\bar{a}\bar{d}$ (9C)

$abc + 0 \cdot \bar{d}$ (6C)

$abc + 0$ (5D)

$\boxed{abc}$ (3)

	(C)	(D)
1) associativa	a(bc) = (ab)c = abc	a+(b+c) = (a+b)+c = a+b+c
2) commutativa	ab = ba	a+b = b+a
3) distributiva	a (b+c) = ab + ac	a + (bc) = (a+b)(a+c)
4) assorbimento	a (a+b) = a	a + (ab) = a
5) Elemento neutro	a · 1 = a	a + 0 = a
6) Dominanza	a · 0 = 0	a + 1 = 1
7) Doppia negazione	not(not (a)) = a	
8) Idempotenza	a a a … a = a	a + a + …+ a = a
9) Complemento	a• not(a) = 0	a + not(a) = 1
10) Leggi di De Morgan	not(ab) = not(a) + not(b)	not(a+b)= not(a) not(b)

Consideriamo l'espressione (2)

$abc\bar{d} + abcd$ applicando (3C)

$abc(\bar{d} + d)$ (9D)

$abc \cdot 1$ (5C)

$\boxed{abc}$ (3)