



RISOLVERE

$$\int \frac{\arcsin(\ln x) dx}{x} =$$

pongo $t = \ln x \rightarrow$
 $dt = \frac{1}{x} dx$

$$= \int \underbrace{1}_{g'(x) \rightarrow g(x)=x} \underbrace{\arcsin(t)}_{f(t) \rightarrow f'(t) = \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}} dt$$

Integrazione per parti: $\int g'f = f \cdot g - \int f'g$

applichiamo l'integrazione per parti.

$$= t \cdot \arcsin t - \int \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \cdot t dt$$

pongo $z = 1-t^2 \rightarrow$

$$dz = -2t dt \rightarrow \underline{t dt = -\frac{dz}{2}}$$

sostituendo si ottiene:

$$= t \arcsin t - \int \frac{1}{\sqrt{z}} \left(-\frac{1}{2}\right) dz = t \arcsin t + \frac{1}{2} \int \frac{1}{\sqrt{z}} dz =$$

$$t \arcsin t + \frac{1}{2} \int z^{-\frac{1}{2}} dz \quad \rightarrow \quad \int x^m dx = \frac{1}{m+1} x^{m+1} + C$$

$$= t \arcsin t + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} z^{\frac{1}{2}} + C = t \arcsin t + \sqrt{z} + C \quad \begin{array}{l} \text{sostituendo e} \\ \text{ricordando } z = 1-t^2 \end{array}$$

$$= t \arcsin t + \sqrt{1-t^2} + C$$

ricordiamo che $t = \ln x$

$$= (\ln x) \arcsin(\ln(x)) + \sqrt{1-(\ln(x))^2} + C$$